Rozšíření MA1 - domácí úkol 9.

Křivkový integrál .

1. Vypočítejte křivkový integrál

a) $\int\limits_K \frac{x}{y} ds$, kde K je oblouk paraboly $y^2 = x$, spojující body (1, 1) a (4, 2) .

b) $\int\limits_K z ds$, kde $K = \{X = (x, y, z);\ x = t\cos t, y = t\sin t, z = t,\ t \in [\,0, \sqrt{2}\,]\}$

c) $\int\limits_{\vec{K}} 2xy\, dx + x^2\, dy$, kde křivka K je

i) úsečka s počátečním bodem (0, 0) a koncovým bodem (1,1);

ii) oblouk paraboly $y = x^2$ s počátečním bodem (0, 0) a koncovým bodem (1,1);

iii) část grafu funkce $y = x^3$ s počátečním bodem (0, 0) a koncovým bodem (1,1).

2. a) Definujte pojmy :

i) potenciální vektorové pole v oblasti $\omega \subset R^3 \left(R^2\right)$

ii) potenciál vektorového pole v oblasti $\omega \subset R^3 \left(R^2\right)$

a formulujte nutnou podmínku a postačující podmínky pro potenciálnost vektorového pole v oblasti $\omega \subset R^2$.

b) Buď dána v $R^2 - \{[0,0]\}$ funkce $U(x, y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Najděte v $R^2 - \{[0,0]\}$ vektorové pole $\vec{f}$, jehož potenciálem je funkce U .

c) Je dáno vektorové pole $\vec{f}(x, y) = 4\left(x^3 - xy^2,\ y^3 - x^2 y\right)$.

i) Dokažte, že toto pole je potenciální v celé rovině.

ii) Vypočítejte potenciál pole $\vec{f}$.

iii) Vypočítejte integrál $\int\limits_{\vec{K}} \left(x^3 - xy^2\right)dx + \left(y^3 - x^2 y\right)dy$,

kde K je kladně orientovaná kružnice o středu v počátku a poloměru $r = 2$.